ARG Austrian Reports on Gravitation

ARG-2020-01

EULER, DIE GRAVITATIONTHEORIE UND EINIGE GEOPHYSIKALISCHE ASPEKTE

(Eine historische Betrachtung)

Wilfried Schröder und Hans-Jürgen Treder

I.

Gemeinsam mit A. C. Clairaut (1713 bis 1765) war Euler einer der Begründer der Himmelsmechanik, deren große Meister dann J. L. Lagrange (1736 bis 1813) und P. S. Laplace (1749 bis 1827) wurden (vgl. Ertel 1953). Das bahnbrechende methodische Verdienst von Euler und Clairaut war es, Newtons Prinzipien der Mechanik und das Newtonsche Gravitationsgesetz in der analytischen Form des Infinitesimalkalküls zu formulieren und zu behandeln. Isaac Newton (1643 bis 1727) selbst hatte seine "Principia" grundsätzlich ohne Referenz auf seine Fluxionsrechnung, in rein geometrischer Weise, formuliert und daher auch die Himmelsmechanik - einschließlich des n-Körperproblems und der Störungsrechnung - in synthetischer Form dargestellt (Treder, 1983, 1997). Tatsächlich hatte Newton natürlich seine Ergebnisse über die Bewegungen der Himmelskörper zunächst in dem von ihm ja gerade entwickelten Kalkül der Infinitesimalrechnung hergeleitet. Aber Newton war der Ansicht, dass es nicht gut sei, den neuen physikalischen Inhalt und den neuen mathematischen Formalismus gleichzeitig zu repräsentieren. Deshalb mussten Clairaut und Euler, später auch Lagrange und Laplace, z. T. die technisch schwerfällige Rechnung aus den "Principia" durch ihre Uminterpretation in die Sprache des Infinitesimalkalküls algorithmisch beherrschbar machen.

Als Direktor der Mathematischen Klasse der Preußischen Akademie der Wissenschaften, dem sachgemäß auch die Berliner Sternwarte unterstand, entwarf Euler 1742 eine Konzeption für die astronomischen Forschungen in Form eines Briefes an den Perpetuierlichen Sekretar der Akademie Ph. De Jarige. An der entscheidenden Stelle dieses Briefes heißt es:

"Die wahre Theorie der Astronomie bestehet aber hauptsächlich in einer gründlichen Erkenntnüß der sogenannten Newtonianischen Philosophie, als welche nicht nur alle schon erkannten Motos Coelestes sehr herrlich erkläret, sondern auch Anlaß gibt in der Astronomie je länger je mehr Entdeckungen zu machen, und die wahren Bewegungen aller Himmlischen Cörper genauer zu erkennen. Durch diese Wissenschaft wird ein Astronomus in Stand gesetzt, nicht nur alle seine Observationen auf einen gewissen Endzweck zu dirigiren, sondern daraus auch allen möglichen Nutzen zu ziehen.

Da hingegen ein bloßer Observator öfters nur seine Zeit mit solchen Observationen zubringt, welche entweder überflüssig oder doch so beschaffen sind, daß daraus kein Nutzen gezogen werden kann."

Euler sah es als die Hauptaufgabe der Astronomie an, die Newtonsche Mechanik und Gravitationtheorie in ihren Konsequenzen für die Astronomie auszuschöpfen; aber er hatte dabei noch eine zweite Idee. Euler lehnte sowohl die cartesianische Naturphilosophie als auch die Leibniz-Wolffsche Monadologie grundsätzlich ab. Aber er war auf Grund seines philosophischen Weltbildes auch kein devoter Newtonianer, sondern Euler stellte zwar nicht die Axiome der Newtonschen Mechanik, wohl aber die Prinzipien der Newtonschen Gravitationstheorie selbst in Zweifel.

Ebenso bezweifelte Euler auch die physikalischen Prinzipien von Newtons Optik.

Sachlich hatte Euler gegen Newton bei seinen Einwänden zwar tatsächlich Unrecht gehabt, aber die Fragestellungen von Euler führten über die Newtonschen Positionen hinaus. Daher rezipierte Euler nach dem Vorbild seines Lehrers Johann I. Bernoulli (1667 bis 1748) das Newtonsche Gravitationsgesetz in einer pseudocartesianischer Interpretation, und Euler bestritt den Wahrheitsgehalt von Newtons physikalischer Optik ebenfalls unter Bezugnahme auf Wellentheorien des Lichtes von R. Descartes (1596 bis 1650) und C. Huygen (1627 bis 1697) (vgl. auch Walther und Walther, 1999).

Alle Argumente, die Euler In seinem berühmten populärwissenschaftlichen Buch "Briefe an eine deutsche Prinzessin" gegen Newtons Optik vorträgt, sind sachlich unhaltbar. Eulers Behauptung, dass die Sonne gemäß der Newtonschen Emanationstheorie des Lichtes sehr schnell ihre Masse *M* verlieren müsste, so dass dies himmelsmechanisch nachweisbar sein würde, ist schon deswegen unrichtig, weil Euler vergaß, dass bei Partikel-Geschwindigkeiten $\upsilon = c$ bereits auf Grund der Prinzipien der klassischen Mechanik zwischen Energie *E* und Masse *M* die Beziehung

$$E = \frac{1}{2} M \upsilon^2 \tag{1}$$

besteht.

Der Masseverlust ΔM der Sonne nach der Newtonschen Emanationstheorie ist daher durch die momentane Strahlung $\frac{d}{dt}E$

$$\frac{d}{dt} M = \frac{2}{\upsilon^2} \frac{dE}{dt} \tag{2}$$

gegeben, so dass im Zeitraum Δt mit

$$M = \frac{2dE}{\upsilon^2 dt} \Delta t, \qquad \upsilon^2 = c^2, \tag{2a}$$

die Sonnenmasse *M* entsprechend der Newtonschen Theorie verschwinden würde. (Dies ist - bis auf den Faktor 2 - derselbe Wert $\Delta t \approx 10^{12}$ Jahre, wie ihn die heutige Physik auf Grund der Speziellen Relativitätstheorie als äußerste Grenze der Lebensdauer der Sonne angeben würde. Tatsächlich ist das Sonnenalter wesentlich kürzer, $\approx 10^{10}$ Jahre, weil nur ein gutes Prozent der Masse der Sonne in Strahlungsenergie umgesetzt werden kann).

Jedoch sind Eulers Bemerkungen über die Problematik einer reinen Partikel-Theorie des Lichtes gegenüber Huygens Undulationstheorie physikalisch wegweisend gewesen. Euler zeigte, dass - auf Grund des Huygensschen Prinzips - auch eine Wellentheorie des Lichtes die Existenz von "Lichtstrahlen" erklären kann, und dazu die seit P. Grimaldi und Newton experimentell bekannten Beugungs- und Interferenz-Phänomene des Lichtes sachgemäßer als Newtons Emmissionstheorie beschreibt.

Während Euler insoweit Newtons Emanationstheorie des Lichtes deswegen ablehnte, weil sie dessen Welleneigenschaften nicht berücksichtigen, um ihm die Konzeption einer mechanischen Lichttheorie vorschwebte, welche das Licht als wellenförmige Schwingungen eines kosmischen Mediums darstellte, bezweifelte er auch die absolute Gültigkeit des Newtonschen Gravitationsgesetzes gerade vom Standpunkt der Partikel-Physik aus, wobei er sich so - wiederum auf Ideen von Huygens Bezog, die dieser im Anhang zu seiner Arbeit über die Wellentheorie des Lichtes angedeutet hatte.

II.

Im jahrzehntelangen Ringen mit sich selbst war Newton zu der Auffassung gelangt, dass die Schwere eine inhärente Eigenschaft der Materie ist. Aus

Briefwechsel, aber auch aus den "Questiones" im Anhang zu seiner "Optik" entwickelte Newton die Idee eines dynamischen Atomismus, nach dem die Partikel singuläre Punkte im dreidimensionalen Raum sind. Die Wechselwirkung zwischen diesen Partikeln wird nicht durch ihre "Raum-Erfüllung", sondern durch die "Raum-Einnahme" definiert, d. h. durch ihre verschiedenen "Wirkungssphären". Im Idealfall eines rein-gravitatischen Teilchens der Masse *m* und Radius r_o werden diese Wirkungssphären durch das Kraftgesetz

$$\frac{-fm}{r^3}\tau + \alpha m\delta(\tau - \tau_o) \tag{3}$$

bestimmt, wobei der erste Term der Newtonschen Attraktion und der zweite Term der Härte der Korpuskeln entspricht. Newton gelangt schließlich zu der Ansicht, dass sein Gravitationsgesetz

$$K_{I\,II} = \frac{-fm_I m_{II}}{r_{I\;II}^3}\tau_{I\,II} \tag{4}$$

mit der Struktur des Raumes und der dynamischen Konstitution der Materie notwendig verbunden ist. Der Kraftfluss $\sim \frac{fm}{r^2}$ der Newtonschen Gravitation ist im leeren Raum divergenzfrei,

$$\text{div}\left(\frac{fm\tau}{r^3}\right) = \text{div grad}\left(\frac{fm}{r}\right), \tag{5}$$

woraus in der Sprache der analytischen Potentialtheorie Laplace schließlich seine Gleichung

$$\Delta\left(\frac{1}{r}\right) = 0 \tag{5a}$$

ableitete. - Newton bemerkte auch, dass diese Divergenzfreiheit des "Kraftflusses" die "integrale Konstanz der Wirkung" der Partikeln ausdrückte (Inhalt des Gaußschen Integralsatzes!) und damit gleichzeitig ermöglichte, jede kugelsymmetrische Massenverteilung (sei es die Sonne, sei es ein Planet) durch ihre am Masse-Mittelpunkt konzentrierte Masse zu ersetzen,

$$\rho = m\delta(\tau),$$

die Himmelsmechanik wird so zu einer Punktmechanik. Ferner zeigte Newton, dass (von der in diesem Fall nicht diskutablen elastischen Kraft abgesehen $\sim \tau$) nur seine Gravitationskraft $\sim \frac{1}{r^3}\tau$ im Ein- bzw. Zwei-Körper-Problem zu geschlossenen Bewegungsbahnen, nämlich auf die Kepler-Ellipsen führt.

(Newton berechnete als erster diejenigen Perihelbewegungen der Planeten im Ein-Körperproblem, die sich aus Abweichungen von den Newtonschen Bewegungsgleichungen oder vom Newtonschen Gravitationsgesetz ergeben.)

Sowohl mit den Cartesianern als auch mit den Atomisten, wie P. Gassendi (1592 bis 1655), war Euler dagegen der Ansicht, dass - von bei Euler diskutierten, aber für die Physik irrelevanten "Geistern", abgesehen - Änderungen des Bewegungszustandes der Massen, d. h. nach G. Galilei und Newton die Beschleunigungen der Massen-Bewegung nach Richtung und Betrag, nur durch "unmittelbaren Kontakt" zwischen zwei (oder mehreren) Körpern möglich sind. Euler identifizierte daher gegen Newton die "Raum-Erfüllung" mit der "Raum-Einnahme" und war mit Descartes, Gassendi und Huygens der Ansicht, dass nur der räumliche Kontakt Beschleunigungen der trägen Massen bewirken kann. Das Postulat ist, dass sich wegen des "Satzes vom ausgeschlossenen Dritten" zwei Körper nicht gleichzeitig am selben Ort befinden können und sich deswegen verdrängen müssen. Daher waren für Euler als einzige physikalische Kräfte der Druck und der Stoß verständlich. Euler Hatte aber aus den Arbeiten von Daniel Bernoulli (1700 bis 1782) ersehen, dass der "Druck" noch als Flächen-Summe vieler atomarer Stöße zu verstehen ist. Deswegen hielt Euler den Stoß für die einzige Kraftwirkung, die nicht ein "scholastisches qualitas occulta" war. Diesen Stoß erklärte Euler, wie Descartes und Huygens, als Konsequenzen des logischen "Axioms vom ausgeschlossenen Dritten". Erst R. J. Boscovitsch (1711 bis 1787) und I. Kant (1724 bis 1804) bemerkten als Anhänger des Newtonschen Dynamismus (wie später P. S. Laplace), dass ein "logisches Axiom" für sich allein "nicht einmal die leichteste Feder" beschleunigen kann (vgl. Treder, 1997).

Euler entwickelte gleichzeitig und im ständigen Austausch mit dem versierten Naturforscher M. W. Lomonossow (1711 bis 1765) in Petersburg die Vorstellung, dass die Newtonsche Gravitationskraft in Wahrheit auf dem Stoß "intermundarer" Partikeln beruht (vgl. M. W. Lomonossow, 1961). Hierbei nahmen Euler und Lomonossow an, dass das "kosmische Vakuum", Newtons absoluter Raum, von einem homogenen und isotropen Gas aus solchen intermundaren Partikeln erfüllt ist. Dann ergibt D. Bernoullis Herleitung der Druckkräfte eine Abschattung der Stöße durch die "ponderablen Massen", so dass, wenn zwei (oder mehrere) Massen sich im Kosmos gegenüberstehen, hieraus eine Anisotropie der Stoßverteilung und damit des Druckes resultiert, und zwar derart, dass der Druck zwischen zwei Massen kleiner ist als der Außendruck.

Aus elementargeometrischen Gesetzen für den dreidimensionalen euklidischen Raum folgt dann, dass zwei Massen aufeinander beschleunigt zubewegt werden, und zwar mit einer Beschleunigung, die dem Newtonschen τ^2-Gesetz entspricht. Wesentlich ist hierbei allerdings, dass die Stöße der intermundaren Teilchen mit den Partikeln der ponderablen Massen nicht elastisch sein dürfen. Hierauf wies Eulers indirekter Schüler, der Genfer Mathematiker G. L. Le Sage, in seinem Buch "Lucretée Newtonien" (1782) eingehend hin. Bei rein elastischen Stößen werden genau so viel intermundarer Partikeln zwischen die Körper hereinreflektiert, wie durch diese Körper abgeschirmt werden.

Es gibt aber die von Lomonossow experimentell und von Euler in der Himmelsmechanik gesuchte - jedoch nicht gefundene - Abweichungen von der Newtonschen Gravitationstheorie: Entsprechend der Konzeption, dass die Gravitation auf (unelastischen) Stößen beruht, ist die Schwere der Körper nicht ihren trägen Massen bzw. bei homogener Massenverteilung nicht dem Volumen, sondern "effektiven"

Wirkungsquerschnitten proportional. Exakt könnte daher weder das Newtonsche Gravitationsgesetz noch das Galilei-Fallgesetz gelten, welche ja die Proportionalität von Trägheit und Schwere aussagen. Lomonossow schlug dementsprechend mit Eulers Zustimmung vor, eine weitgehende "Löchrigkeit der Materie" gegenüber den intermundaren Partikeln zu postulieren, so dass bis zu derjenigen Messgrenze, in der die Äquivalenz zwischen Trägheit und Schwere nachweisbar ist, die Proportionalität der Schwerkraft mit den Wirkungsquerschnitten nicht von einer Proportionalität mit den trägen Massen unterscheidbar ist.

Bei feineren Messungen müssten sich dann aber experimentell - oder himmelsmechanisch beim Drei- oder Mehrkörperproblem - Abweichungen vom Galileischen Fallgesetz und vom Newtonschen Gravitationsgesetz ergeben. In der Tat tritt auf Grund der Prinzipien von Euler und Lomonossow anstelle des Newtonschen Gesetzes $\sim \frac{1}{\tau^2}$ ein Gravitationsgesetz, das P. S. Laplace in seiner "Mécanique Céleste" im Sinne der Eulerschen Prinzipien angegeben hat

$$K^*_{I\,II} = \frac{-f m_I m_{II}}{\tau^3_{I\,II}} \tau_{I\,II} \exp\left(-\lambda \int \rho\, dr\right), \qquad m = \frac{4\pi\rho\tau^3}{3}, \tag{6}$$

ρ = Massendichte. In dieser Formel waren die Newtonschen Gravitationskonstanten f durch die Wirkungsquerschnitte $\sim\lambda$ der atomaren Teilchen, die mittlere Dichte μ des intermundaren Gases und die mittlere Geschwindigkeit V der intermundaren Partikeln, gegeben: $f = \frac{\lambda^2 \mu V^2}{4^3_n}$. Dies entspricht der Auffassung, die sowohl Euler als auch Lomonossow aus D. Bernoullis Arbeiten übernommen hatten. Die prinzipielle crux in den atomistischen Gravitationstheorien, wie sie Euler vortrug, ist naturgemäß der Energiesatz. Bereits Euler Wusste mit Sicherheit, was G. L. Le Sage dann explizit konstatierte. Eine Beschleunigung der ponderablen Massen tritt nur bei unelastischen Stößen auf. Die Näherungsformel von Laplace für die Huygens-Euler-Le Sage atomistische Gravitationstheorie gilt nur dann, wenn diese Stöße vollständig unelastisch sind. Teilweise unelastische Stöße würden beide Koeffizienten, die Gravitationskonstante f und die Absorptionskonstante λ verändern.

Obwohl Euler als Schüler von Johann I. Bernoulli und Daniel Bernoulli in dem Sinne Leibnizianer war, dass er für das "Maß der lebendigen Kraft" die kinetische Energie

$$\frac{1}{2} m \upsilon^2$$

einsetzte und deswegen jedes "perpetuum mobile" für nicht mehr akademisch diskussionsfähig hielt, war sich selbst Euler einer grundsätzlichen Problematik des Energiesatzes nicht bewusst. Er überlegte noch nicht, was aus der beim unelastischen Stoß verbrauchten kinetischen Energie wird. Unter Zugrundelegung des Stoßgesetzes der klassischen Mechanik und des Satzes von der Erhaltung der lebendigen Kraft nach Leibniz ist eine atomistische Gravitationstheorie im Sinne von Euler und Le Sage nämlich nur dann möglich, wenn bei den Stößen lebendige Kraft verloren geht.

Unabhängig von der physikalischen Problematik der intermundaren Reduzierung der Newtonschen Gravitation auf die kosmische Anisotropie unelastischer Stöße von intermundaren Partikeln an makroskopischen Massen erheben sich die von Euler klar gesehenen Fragen von Korrekturen der Newtonschen Himmelsmechanik für schnellbewegte Partikeln einerseits und vor allem in Drei- und Mehrkörperproblemen andererseits.

III.

Euler meinte und hoffte, dass im Rahmen der wachsenden Messgenauigkeiten in der Himmelsmechanik des Sonnensystems, also bereits im Zuständigkeitsbereich einer Newtonschen Störungsrechnung, sich Abweichungen von dem durch Newtonsche Prinzipien involvierten Gravitationsgesetz $\sim \frac{1}{\tau^2}$ im Sinne einer approximativen Gültigkeit des Laplaceschen Kraftgesetzes (6) ergeben sollen. In den 40er Jahren des 18. Jahrhunderts glaubte Euler auf Grund seiner analytischen Darstellung der Newtonschen Himmelsmechanik zeigen zu können, dass im Satellitensystem des Jupiter das Newtonsche Gravitationsgesetz nur angenähert gilt [d. h. bei Vernachlässigkeit des Absorptionsfaktors ~exp ($-\lambda\rho r$)].

A. C. Clairaut war neben Euler der erste, der die Newtonsche synthetische Darstellung des Systems Sonne-Erde-Mond als restringiertes Körperproblem analytisch behandelte, wobei Clairaut in der Nachfolge von Huygens und Newton die Problematik und die Abweichungen der Figur von Erde und Mond von einem Newtonschen Rotationskörper sah (vgl. auch Ertel, 1955).

Clairaut hatte die Huygens-Newtonsche Theorie der rotierenden flüssigen Körper so verallgemeinert, dass er jede beliebige derartige Massendichteverteilung behandeln konnte. Aber bei seiner Anwendung der aus der Newtonschen Mechanik und Gravitationstheorie folgenden Theorie der Erdgestalt auf das Problem Sonne-Erde-Mond vergaß Clairaut zunächst seine eigenen Korrekturen zu der Newtonschen Rechnung, soweit sie die Symmetrieeigenschaften der Erde betreffen (vgl. Ertel, 1953).

Die Mondtheorie ist nun sowohl die schwierigste als auch die empirisch am besten nachprüfbare Konsequenz der Bewegungsgleichung eines Körpers in einem allgemeinen Gravitationsfeld. Clairaut stellte zunächst einmal fest, dass im Rahmen der in Newtons "Principia" dargelegten Resultate das Newtonsche Gravitationsgesetz nicht in der Lage ist, die Mondtheorie völlig korrekt zu erklären; vielmehr schien es hierzu kleiner, aber prinzipieller Korrekturen zu bedürfen. Euler glaubte, dass diese Clairautschen Korrekturen auf "Nach-Newtonsche" Gravitationseffekte hinwiesen. Aber einige Zeit später setzte Clairaut anstelle von Newtonscher Näherung für den Erdkörper seine eigenen, auf den Newtonschen Prinzipien beruhenden Theorien der Erdgestalt ein und fand dann, dass im Rahmen dieser exakteren Darstellung die Theorie der Mondbewegung im Rahmen der damaligen Messgenauigkeit das Newtonsche Gravitationsgesetz voll bestätigt. EULER wollte dies zunächst nicht wahrhaben; er überzeugte sich aber später von der Richtigkeit der Clairautschen Mondtheorie.

Die von Euler angesetzte korpuskulare Gravitationstheorie blieb dennoch bis ins 19. Jahrhundert als mögliche Alternative zum Newtonschen Dynamismus in Diskussion. Aber die wachsende Genauigkeit, mit der die Äquivalenz zwischen Trägheit und schweren Massen und damit die Volumenproportionalität der Schwerkraft bestätigt wurden, und die wachsende Genauigkeit der Theorie der Mondbewegung führten dazu, dass - wie bereits Laplace zeigte - der Absorptionskoeffizient λ sehr klein sein muss:

$$\lambda \leqq 10^{-15}\, cm^2 g^{-1}, \tag{7}$$

so dass wegen

$$f = \frac{\lambda^2 \mu V^2}{4\pi} \qquad (8)$$

die mittlere Energiedichte $\sim \mu V^2$ der "intermundaren Partikeln" außerordentlich groß sein müsste.

Vor allem war aber der Satz von der Erhaltung der Energie die crux dieser Hypothese. Denn die Stöße der intermundaren Partikeln mit den Teilchen der ponderablen Körper müssen - wie gesagt - unelastisch sein, so dass bei diesen Stößen ständig kinetische Energie verlorengeht. Euler selbst berief sich auf die Gültigkeit des mechanischen Energiesatzes bei seiner prinzipiellen Ablehnung der weiteren Behandlung von "perpetua mobilia". Die Frage des Energiesatzes bei nicht rein mechanischen Vorgängen, wie dem unelastischen Stoß, stellte sich damals jedoch noch nicht; die spätere Physik (von Helmholtz und Mayer) verlangt aber die Gültigkeit des Energiesatzes auch bei unelastischen Stößen, bei denen die kinetische Energie in Wärmeenergie umgesetzt wird. Damit sieht man dann leicht ein, dass die mechanische Gravitationstheorie gemäß Euler quantitativ völlig unmöglich ist.

Heute wird im Zuge der Weiterentwicklung der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie nach (naturgemäß sehr kleinen) himmelsmechanischen und gravimetrischen Effekten gesucht, die eine Verwandtschaft mit der von L. Euler und M. Lomonissow angenommenen Absorption oder Suppression des Newtonschen Schwereflusses haben. Diese ergeben dann kleine "nach-Newtonsche" und "nach-Einsteinsche" Korrekturen zur Einsteinschen Gravitationstheorie, die einer nichtlinearen (und nicht-minimalen) Koppelung zwischen Gravitation und Materie entsprechen. Es führte ja schon Eulers Vorstellung vom Wesen der Gravitation entsprechend dem Laplace-Kraftgesetz auf eine nicht-lineare Abhängigkeit der Schwerkraft von den gravitierenden Massen *m* (vgl. Treder, 1983).

Euler war der erste, der das Problem einer genuinen Nicht-Linearität der physikalischen Gesetzmäßigkeiten erkannte. Seine Kritik an Newtons Korpuskulartheorie des Lichtes enthielt den Hinweis, dass es nach Newtons Theorie nichtlineare Streuung von Licht an Licht geben sollte, nämlich den elastischen Zusammenstoß von Lichtkorpuskeln miteinander (Das beschreibt heute die Quantenelektrodynamik). Wesentlich war für Euler seine Korrektur der Newtonschen Akustik. Euler bemerkte, dass die von Newton angegebenen linearen Wellengleichungen für die Schallbewegung

$$u -^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi = \Delta\phi$$

nur für kleine Amplituden gelten können; bei größeren Amplituden ergeben sich hingegen nicht-lineare Gleichungen. Diese folgen aus dem ersten nicht-linearen Gleichungssystem der Physik, das von Euler bei der Übertragung der linearen Newtonschen Punktmechanik auf ein Kontinuum erhalten wird. In den Eulerschen Bewegungsgleichungen für ideale Flüssigkeiten schreibt sich der Trägheitsterm $g\frac{d\upsilon}{dt}$ gemäß dem von Euler konstatierten Unterschied von totaler und expliziter Zeitabhängigkeit (allgemein also von totaler und partieller Ableitung:

$$\rho\frac{d\upsilon}{dt} = \rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + \upsilon.grad\upsilon\right). \qquad (9)$$

Geht man also im Rahmen der Newtonschen Prinzipien von Punkten zu Kontinua über, so ergibt sich ein nicht-lineares Bewegungsgesetz. Deshalb ist auch die von gewünschte und später von A. J. Fresnel Entwickelte Theorie des Lichtes als

Wellenbewegung im elastischen Medium nichtlinear im Gegensatz zu der linearen elektromagnetischen Lichttheorie von J. C. Maxwell (vgl. Treder, 1983).

Literatur

H. Ertel, Entwicklungsphasen der Geophysik. Berlin: Akademie-Verlag, 1953

H. Ertel, Hydrostatische Homotropie und Legrendes Dichtegesetz. Berlin: Akademie-Verlag, 1955

L. Euler, Gesammelte Werke. Basel, Birkhäuser, 1961 ff

M. W. Lomonossow, Schriften, Bd. I/II. Berlin: Akademie-Verlag, 1961

H.-J. Treder, Große Physiker und ihre Probleme. Berlin: Akademie-Verlag, 1961

H.-J. Treder und W. Schröder, Physics and Geophysics with special historical case studies. Bremen: Science Edition, 1997

Th. Walther und H. Walther, Was ist Licht? München: Beck 1999